《概率论第二章复习题》答案

一、判断题

答案：×，√，×，，×，√

二、选择题

答案：*D，B*，*A，B，C，B，A，D，D，A*

三、填空题

答案：

1. $\frac{4}{27}$；2. $\frac{19}{27}$；3. $\frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}}$；4. $e^{-1.6}$；0；5. $1-\frac{2}{e}$；6. 0.8；7. 3；8. $2, \sqrt{3}$；

（7.解：$p=P\{X>1\}=\frac{a-1}{a}=1-\frac{1}{a}$；

Y={对 X 进行 3 次独立观测,观测值大于 1 的次数},Y～B(3,p)

P(至少有一次观察值大于 1)= $P(Y\geq 1)=1-P(Y=0)=1-[1-(1-\frac{1}{a})]^3=1-(\frac{1}{a})^3=\frac{26}{27}$

$a=3$）

四、计算题

1.解：

（1）$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1\Rightarrow\int_{-1}^{1}\frac{C}{\sqrt{1-x^2}}dx=1\Rightarrow C=\frac{1}{\pi}$

（2）$P\left\{-\frac{1}{2}<X<\frac{1}{2}\right\}=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}f(x)dx=\frac{1}{\pi}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\frac{1}{3}$

（3）当 $x<-1$ 时，$F(x)=P\{X\leq x\}=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=0$

当 $-1\leq x<1$ 时，

$$F(x)=P\{X\leq x\}=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_{-\infty}^{-1}0\,dt+\int_{-1}^{x}\frac{1}{\pi\sqrt{1-t^2}}dt=\frac{1}{\pi}\left(\arcsin x+\frac{\pi}{2}\right)$$

当 $x\geq 1$ 时，

$$F(x)=P\{X\leq x\}=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_{-\infty}^{-1}0\,dt+\int_{-1}^{1}\frac{1}{\pi\sqrt{1-t^2}}dt+\int_{1}^{x}0=1$$

综上， $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ \dfrac{1}{\pi}\left(\arcsin x+\dfrac{\pi}{2}\right), & -1\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$

2.解:

(1) $1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^{0.5}(cx^2+x)dx=\dfrac{c}{24}+\dfrac{1}{8}$,

解得: $c=21$.

(2) $F(x)=P\{X\le x\}=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt$

$$=\begin{cases}\int_{-\infty}^{x}0\,dt=0, & x<0,\\ \int_{-\infty}^{0}0\,dt+\int_0^x(21t^2+t)dt=7x^3+\dfrac{x^2}{2}, & 0\le x<0.5,\\ \int_0^{0.5}(21t^2+t)dt=1, & x\ge 0.5.\end{cases}$$

(3) $P\{-0.5<X<0.3\}=\int_{-0.5}^{0.3}(21x^2+x)dx=0.234$.

或解: $P\{-0.5<X<0.3\}=F(0.3)-F(-0.5)=0.234$.

3.解:

(1) $F(+\infty)=1\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(A+Be^{-\frac{x^2}{2}}\right)=A=1$

$\lim\limits_{x\to0^+}F(x)=\lim\limits_{x\to0^-}F(x)=0\Rightarrow A+B=0\Rightarrow B=-1$

(2) $f(x)=F'(x)=\begin{cases}xe^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$

(3) $P\{1<X<3\}=F(3)-F(1)=e^{-\frac{1}{2}}-e^{-\frac{9}{2}}$

4. 解:

$P\{X>4\}=\dfrac{b-4}{b-a}=\dfrac{1}{2}$

$P\{0<X<3\}=P\{a<X<3\}=\dfrac{3-a}{b-a}=\dfrac{1}{4}\quad\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=6\end{cases}$

$$X \sim U[2,6] \Rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}, & 2<x<6 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

$$P\{1<X<5\}=\frac{5-2}{4}=\frac{3}{4}$$

5. 解　X可能取的值为-3，1，2，且 $P(X=-3)=\frac{1}{3}, P(X=1)=\frac{1}{2}, P(X=2)=\frac{1}{6}$,

即 X的分布律为

X	-3	1	2
概率	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

X的分布函数　$$F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & x<-3 \\ \frac{1}{3} & -3\le x<1 \\ \frac{5}{6} & 1\le x<2 \\ 1 & x\ge 2\end{cases}$$