《概率论第二章复习题》

一、判断题

1. 两个分布函数的和仍为分布函数．(　　　)

2. 存在有既非离散型随机变量，又非连续型随机变量的随机变量．(　　　)

3. 连续型随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$ 一定是连续函数．(　　　)

4. 离散型随机变量的函数一定是离散型随机变量，连续型随机变量的函数也一定是连续型随机变量．(　　　)

5. 若 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则 $1-\Phi(-a)=\Phi(a)$ ．(　　　)

二、选择题

1.如果 $F(x)$ 是（　　　），则 $F(x)$ 一定不可以是连续型随机变量的分布函数．

A. 非负函数　　B. 连续函数　　C. 有界函数　　D. 单调减少函数

2.设随机变量 X 的密度函数为 $\varphi(x)$，且 $\varphi(-x)=\varphi(x)$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a，有（　　　）．

A. $F(-a)=1-\int_0^a \varphi(x)\,dx$　　B. $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a \varphi(x)\,dx$

C. $F(-a)=F(a)$　　D. $F(-a)=2F(a)-1$

3. 下列函数中，（　　　）可以作为连续型随机变量的分布函数.

A. $F(x)=\begin{cases} e^x & x<0 \\ 1 & x\ge 0 \end{cases}$　　B. $G(x)=\begin{cases} e^{-x} & x<0 \\ 1 & x\ge 0 \end{cases}$

C. $\Phi(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ 1-e^x & x\ge 0 \end{cases}$　　D. $H(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ 1+e^{-x} & x\ge 0 \end{cases}$

4. 下列函数中,________可以作为连续型随机变量的密度函数．

A． $f(x)=\begin{cases} 2, & -1<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$　　B. $f(x)=\begin{cases} x, & 0<x<\sqrt{2}, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases} \frac{x}{2}, & -2<x<0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$　　D. $f(x)=\begin{cases} x^2, & -1<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

5. 随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$ （　　　）．

A. 单调增大　　　B. 单调减小　　　C. 保持不变　　　D. 增减不定

6. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$ $(-\infty<x<+\infty)$，则 $Y=$（　　）$\sim N(0,1)$

A. $\frac{X+3}{2}$　　　B. $\frac{X+3}{\sqrt{2}}$　　　C. $\frac{X-3}{2}$　　　D. $\frac{X-3}{\sqrt{2}}$

7. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$ 为(-1,3)上均匀分布的概率密度若

$$f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\le 0, \\ bf_2(x), & x>0, \end{cases}(a>0,b>0)$$

为概率密度,则 a,b 应满足（　　　）.

A. $2a+3b=4$　　　B. $3a+2b=4$　　　C. $a+b=1$　　　D. $a+b=2$

8. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$,则下列函数中是概率密度的是（　　　）.

A. $f(2x)$　　　B. $f^2(x)$　　　C. $2xf(x^2)$　　　D. $3x^2f(x^3)$

9. 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$，则 $Y=-2X$ 的概率密度 $f_Y(y)$ 为（　　　　）

$A.\ 2f_X(-2y),$　　　$B.\ f_X(-\frac{y}{2}),$　　　$C.\ -\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2}),$　　　$D.\ \frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$

10. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Y=3X+1$ 的分布函数为（　　　　）

$A.\ F(\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}),$　　　$B.\ F(3y+1),$　　　$C.\ 3F(y)+1,$　　　$D.\ \frac{1}{3}F(y)-\frac{1}{3}$

三、填空题

1. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\theta(1-\theta)^{k-1}, (k=1,2,\cdots)$，其中 $0<\theta<1$，若 $P\{X\le 2\}=\frac{5}{9}$，

则 $P\{X=3\}=$________.

2. 设 $X\sim B(2,p)$，$Y\sim B(3,p)$，若 $P\{X\ge 1\}=\frac{5}{9}$，则 $P\{Y\ge 1\}=$__________ .

3. 某人家中，在时间间隔 t（以小时计）内接到电话的次数 X 服从参数为 2t 的泊松分布，若他外出 10 分钟，则期间电话铃响一次的概率_________.

4. 以 X 表示某商店从早晨开始营业起直到第一顾客到达的等待时间（以分计），X 的分布函数是 $F_X(x)=\begin{cases}1-e^{-0.4x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$,则至少等待 4 分钟的概率_________．恰好等待 3 分钟的概率_________．

5. 设某时间段内通过路口的车流量 X 服从泊松分布，已知该时间段内没有车通过的概率为 $\frac{1}{e}$，则该时间段内至少有 2 辆车通过的概率为_________．

6. 若随机变量 ξ 在（1，6）上服从均匀分布，则方程 $x^2+\xi x+1=0$ 有实根的概率是_________．

7. 若 $X\sim U(0,a)$，对 X 进行 3 次独立试验，至少有一次观察值大于 1 概率为 $\frac{26}{27}$，则 $a=$_________．

8. 若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其概率密度函数为 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}$ $(-\infty<x<+\infty)$，则 $\mu=$ __________，

$\sigma=$ _________.

四、计算题

1. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{C}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

求：(1)常数 C；(2) X 取值在 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ 内的概率；(3) X 的分布函数 $F(x)$．

2.设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}cx^2+x, & 0\le x\le 0.5,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求：(1) 系数 c；(2) X 的分布函数 $F(x)$；(3) $P\{-0.5<X<0.3\}$．

3. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$

求：(1)常数 A 与 B；(2) X 的概率密度函数 $f(x)$；(3) X 取值在 $(1,3)$ 内的概率.

4. 已知 $X\sim U[a,b],(a>0)$，且 $P\{0<X<3\}=\frac{1}{4}$ 和 $P\{X>4\}=\frac{1}{2}$，

求：(1) X 的概率密度函数；(2) $P\{1<X<5\}$．

5. 一口袋中有 6 个球，在这 6 个球上分别标有-3，-3，1，1，1，2 这样的数字。从这袋中任取一球，设各个球被取到的可能性相同，求取得的球上标明的数字 X 的分布律与分布函数。