成 都 工 业 学 院

2022 —2023 学年第 一 学期考试试卷

考试科目：概率论与数理统计 （ A 卷）考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

适用班级：21 级本科理工科学生

题号	一	二	三	四	五	六	总分	总分教师	试卷复核人
得分									

注意事项：

1、满分 100 分，要求卷面整洁、字迹工整、无错别字.
2、考试必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定地方，否则视为废卷.
3、考试必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负.
4、如有答题纸，答案请全部填写在答题纸上，否则不给分；考完请将答题纸和试卷一同交回，否则不给分.

试 题

得分	评阅教师

一. 是非题（每小题 2 分，共 10 分）正确的记为 T，错误的记 F

1. 若事件 A,B 互不相容,则一定有 $P(AB)=P(A)P(B)$. （ ）

2. 设 A 与 B 相互独立,那么有 A 与 $\overline{B}$ 也相互独立. （ ）

3. 连续型随机变量的密度函数 $f(x)$ 一定是一个单增函数. （ ）

4. 如果 X,Y 两个随机变量相互独立,则 $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$. （ ）

5. X,Y 为任意的两个随机变量, 若 $|\rho_{XY}|=1$, 则表示 X,Y 有确定的线性关系. （ ）

得分	评阅教师

二. 单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）请将正确答案的编号填写在______中

1. 设 A,B 为两个事件, 若事件 $A\supset B$, 则下列结论中______恒成立.

A. 事件 A,B 互斥　　B. 事件 $A,\overline{B}$ 互斥

C. 事件 $\overline{A},B$ 互斥　　D. 事件 $\overline{A},\overline{B}$ 互斥

2. 设事件 A,B 相互独立,且 $P(A)\cdot P(B)\neq 0$, 则下式不成立的是______.

A. $P(AB)=P(A)P(B)$　　B. $P(A)=P(A|B)$

C. $P(B)=P(B|A)$　　D. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

3. 设10个电子管的寿命 $X_i\,(i=1,2,\cdots,10)$独立同分布,且 $D(X_i)=A\,(i=1,2,\cdots,10)$,则10个电子管的平均寿命 Y 的方差 $D(Y)=$________.

A. A　　B. $0.1A$　　C. $0.2A$　　D. $10A$

4. 设 X 的密度函数为 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x^2,-1<x<1\\ 0,\quad 其他\end{cases}$,则随机变量 $Y=3-X$ 的密度函数为________.

A. $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}(3-y)^2,2<y<4\\ 0,\quad 其他\end{cases}$　　B. $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}(3-y)^2,-1<y<1\\ 0,\quad 其他\end{cases}$

C. $f_Y(y)=\begin{cases}-\frac{3}{2}(3-y)^2,-1<y<1\\ 0,\quad 其他\end{cases}$　　D. $f_Y(y)=\begin{cases}-\frac{3}{2}(3-y)^2,2<y<4\\ 0,\quad 其他\end{cases}$

5. 设 X,Y 相互独立,且 $X\sim B(16,0.5)$, $Y\sim P(9)$,则 $D(X-2Y+3)=$________.

A. -14　　B. 40　　C. 14　　D. 43

6. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,由切比雪夫不等式知,概率 $P\{|X-\mu|<2\sigma\}\geq$__________.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{9}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

7. $(X,Y)\sim N(0,1,4,9,0.5)$,则 X,Y 的协方差为________.

A. 0.5　　B. -3　　C. 5　　D. 3

8. 设4,3,4,3,5,4,4,5是来自总体 $N(\mu,2)$ 的一组样本观测值，则 μ 的矩估计值为_________.

A. 4　　B. 2　　C. 5　　D. 3

9. 设总体有 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, X_1,X_2,X_3 是来自 X 的样本,则当常数 $a=$______时,

$\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+aX_2+\frac{1}{6}X_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计.

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 0

10. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$,其中 μ 为未知参数, X_1,X_2,X_3 为样本,下面四个关于 μ 的无偏估计中,采用有效性这一标准来衡量,最好的一个是________.

A. $\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2$　　B. $\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{4}X_3$

C. $\frac{1}{6}X_1+\frac{5}{6}X_2$　　D. $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$

得分	评阅教师

三. 填空题（每空 2 分，共 10 分）

1. 若 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.4$, 且 A 与 B 相互独立,则 A,B 中至少有一个发生的概率为______.

2. 100件产品中有10件次品,从中不放回抽取产品,每次抽1件,则第5次抽到正品的概率为______.

3. 设随机变量 $Z\sim U(-2,2)$,令 $X=\begin{cases}-1, Z\le -1\\ 1,\ \ Z>1\end{cases}$,则 X 的分布律为______________.

4. 已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x^{\frac{1-\theta}{\theta}}, & 0<x<1,\\ 0, & 其它,\end{cases}$　　$0<\theta<+\infty$

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本,其中 θ 为未知参数,求 θ 的最大似然估计量时的似然函数为 $L(\theta)=$___________.

5. 设随机变量 X,Y 的相关系数为0.7,若 $Z=X-0.4$,则 Y 与 Z 的相关系数为______.

得分	评阅教师

四. 证明题（共 10 分）

设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi}, x^2+y^2\le 1\\ 0,\quad 其他\end{cases}$,

试验证 X,Y 是不相关的；但 X,Y 不相互独立.

得分	评阅教师

五. 计算题（共 40 分，每小题 10 分）

1. 设 $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{1}{2}$，分别在下列情况下求 $P(B\bar{A})$.

（1）若 A,B 互斥；（2）若 $A\subset B$；（3）$P(AB)=\frac{1}{6}$；（4）A,B 独立.

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}cx, & 0<x<2\\ 0, & 其\ 他\end{cases}$，求：

（1）常数 c 的值；

（2）X 的分布函数 $F(x)$；

（3）概率 $P\{-1<X<1\}$；$P\{X>1\}$；$P\{X=2\}$；

（4）方差 $D(X)$.

3. 已知二维随机变量（X,Y）有联合分布

$X \backslash Y$	0	1
0	$\frac{1}{3}$	b
1	a	$\frac{1}{6}$

若 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 独立. 求：

（1）a,b 的值；

（2）X 和 Y 的边缘分布及 $E(3X-2Y-5)$.

4. 若随机变量 $(X,Y)\sim N(1,0,9,16,-0.5),Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$,求：

（1）Z 的数学期望 $E(Z)$ 和方差 $D(Z)$；

（2）X 和 Z 的相关系数.

得分	评阅教师

六. 应用题（10 分）

某保险公司有10000人参加某项保险,每人一年付18元保险费,设在一年内投保人出意外的概率为0.006,出意外时保险公司要赔付2500元,求保险公司亏本的概率.

(已知 $\sqrt{59.64}\approx 7.72$，$\Phi(1.55)\approx 0.9394$，$\Phi(7.2)\approx 1$)

成都工业学院试题答案及评分标准

2022—2023 学年第 一 学期

考试科目：概率论与数理统计（A 卷）考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

适用班级：21 级本科理工科学生

一. 是非题（每小题 2 分，共 10 分）

1. F 2. T 3. F 4. F 5. T

二. 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. C 2. D 3. B 4. A 5. B 6. D 7. D 8. A 9. A 10. D

三. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 0.7 2. 0.9 3.

X	-1	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

4. $L(\theta)=\frac{1}{\theta^n}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\frac{1-\theta}{\theta}}$ 5. 0.7

四. 证明题（共 10 分）

证明：$E(X)=\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}x/\pi\, dydx=\int_{-1}^{1}2x\sqrt{1-x^2}/\pi dx=0$ …………（2 分）

$E(Y)=\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}y/\pi\, dydx=0$

$E(XY)=\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}xy/\pi\, dydx=0$ …………（2 分）

所以 $Cov(X,Y)=0$，$\rho_{XY}=0$，即 X 和 Y 是不相关. …………（2 分）

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}1/\pi\, dy, & -1<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}=\begin{cases}\frac{2\sqrt{1-x^2}}{\pi}, & -1<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

…………（2 分）

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}}1/\pi\, dx, & -1<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}=\begin{cases}\frac{2\sqrt{1-y^2}}{\pi}, & -1<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

…………（2 分）

当$x^2+y^2\le 1$时，$f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)$，所以X和Y不是相互独立的.

五. 计算题（共40分）

1. 解：(1) $\because\ AB=\Phi$ $\quad\therefore B\bar{A}=B$

$$P(B\bar{A})=P(B)=\frac{1}{2};$$ .... (2分)

(2) $\because A\subset B$ $\quad\therefore B\bar{A}=B-A$

$$P(B\bar{A})=P(B)-P(A)=\frac{1}{6};$$ .... (2分)

(3) $\because P(AB)=\frac{1}{6}$ $\quad\therefore B\bar{A}=B-AB$

$$P(B\bar{A})=P(B)-P(AB)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$ .... (3分)

(4) A,B独立 $\quad P(B\bar{A})=P(B)P(\bar{A})=\frac{1}{2}\cdot(1-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$ .... (3分)

2. 解：(1) 因为$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$

$$\int_0^2 cxdx=c\frac{x^2}{2}\Big|_0^2=c(2-0)=2c=1$$

$$c=\frac{1}{2}$$ .... (2分)

(2) $$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{x^2}{4}, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$ .... (2分)

(3) $P\{-1<X<1\}=\int_0^1\frac{1}{2}xdx=\frac{1}{4}$

$P\{X>1\}=1-F(1)=\frac{3}{4}$

$P\{X=2\}=0$ .... (2分)

(4) $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\frac{1}{2}\int_0^2x^2dx=\frac{4}{3}$

$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\frac{1}{2}\int_0^2x^3dx=2$ .... (2分)

$D(X)=E(X^2)-E^2(X)=2-\frac{16}{9}=\frac{2}{9}$ .... (2分)

3. 解：(1) $a+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+b=1\quad a+b=\frac{1}{2}$ ...... ① .... (2分)

又因为$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$独立

$P\{X=0\}=\frac{1}{3}+b$， $P\{X+Y=1\}=P\{X=0,Y=1\}+P\{X=1,Y=0\}=a+b$

………（2 分）

所以 $P\{X=0,X+Y=1\}=P\{X=0\}\cdot P\{X+Y=1\}$

即 $b=(b+\frac{1}{3})(a+b)$ …… ②

联合 ①, ②式可得 $a=\frac{1}{6},b=\frac{1}{3}$ …………（2 分）

（2） X 和 Y 的边缘分布为

X	0	1
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

Y	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

…………（2 分）

$E(3X-2Y-5)=3E(X)-2E(Y)-5=-5$ …………（2 分）

4. 解：(1) $E(Z)=\frac{1}{3}E(X)+\frac{1}{2}E(Y)=\frac{1}{3}$ …………（2 分）

$\text{cov}(X,Y)=\rho_{XY}\cdot\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}=-6$ …………（2 分）

$D(Z)=\frac{1}{3^2}D(X)+\frac{1}{2^2}D(Y)+2\cdot\frac{1}{6}\text{cov}(X,Y)=\frac{1}{3^2}\times 3^2+\frac{1}{2^2}\times 4^2+2\cdot\frac{1}{6}\times(-6)=3$

…………（2 分）

(2) $\text{cov}(X,Z)=\text{cov}(X,\frac{X}{3}+\frac{Y}{2})=\frac{1}{3}\text{cov}(X,X)+\frac{1}{2}\text{cov}(X,Y)$

$=\frac{1}{3}\times 3^2+\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{2})\times 3\times 4=0$ …………（2 分）

$\rho_{XZ}=\frac{\text{cov}(X,Z)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}=0$ …………（2 分）

六. 应用题（10 分）

解：设 X 为投保的人中出意外的人数，则 $X\sim B(10000,0.006)$ …………（2 分）

由中心极限定理，X 近似地服从 $N(60,59.64)\approx N(60,7.72^2)$ …………（2 分）

当 $2500X>10000\times 18$ 时保险公司亏本，即 $X>72$ …………（2 分）

故所求概率为 $P\{X>72\}=1-P\{X\le 72\}=1-F(72)=1-\Phi(\frac{72-60}{7.72})$ …………（2 分）

$$\approx 1-\Phi(1.55)=0.0606$$ …………（2 分）

2022－2023 学年第 一 学期考试试卷

考试科目：概率论与数理统计 （C 卷）考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

适用班级：21 级本科理工科学生

题号	一	二	三	四	五	六	总分	总分教师	试卷复核人
得分									

注意事项：

1、满分 100 分．要求卷面整洁、字迹工整、无错别字．

2、考试必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定地方，否则视为废卷．

3、考试必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负．

4、如有答题纸，答案请全部填写在答题纸上，否则不给分；考完请将答题纸和试卷一同交回，否则不给分．

院(系)＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 班内学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 密 封 线

试　　题

得分	评阅教师

一．是非题（每小题 2 分，共 10 分）正确选 T，错误选 F

1. 若 $P(A)=0$ ，那么 A 一定是不可能事件． （ ）

2. 离散型随机变量 X 的分布律为 $P(X=1)=0.2, P(X=2)=0.8$，则 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0.2, 1\le X<2\\ 1, \quad X\ge 2\end{cases}$． （ ）

3. 若 $F(x,y)$ 为二维随机变量 (X,Y) 的分布函数，y 为任一常数，则一定有 $F(-\infty,y)=0$．（ ）

4. 若随机变量 X,Y 相互独立，$f_X(x)$，$f_Y(y)$ 分别为 X,Y 的密度函数，$f(x,y)$ 为 (X,Y) 的联合密度，则一定有 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$． （ ）

5. X,Y 为任意两个相互独立的随机变量，则 X,Y 一定不相关． （ ）

得分	评阅教师

二．单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）请将正确答案的编号填写在题目中的＿＿＿＿中

1. 设 A,B 为两个事件，则事件 $\overline{A\cup B}$ 可表示为＿＿＿＿．

A. $\overline{A}\cup\overline{B}$　　B. $A-B$　　C. $\overline{A}\,\overline{B}$　　D. AB

2. 设离散型随机变量 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布,且已知概率

$P\{X=0\}=P\{X=2\}$,则参数 λ 应为________.

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$　　D. $\sqrt{2}$

3. 下列函数中________可以作为连续型随机变量的密度函数.

A. $f(x)=\begin{cases}2, & -1<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$　　B. $f(x)=\begin{cases}x, & 0<x<\sqrt{2},\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}, & -2<x<0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$　　D. $f(x)=\begin{cases}x^2, & -1<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

4. 随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=a+b\arctan x$,则有________.

A. $a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{\pi}$　　B. $a=-\frac{1}{2},b=\frac{1}{\pi}$

C. $a=\frac{1}{2},b=\pi$　　D. $a=\frac{1}{4},b=\frac{1}{\pi}$

5. 设 $X\sim N(-1,4)$,则连续型随机变量 $Y=$________$\sim N(0,1)$.

A. $\frac{X-1}{\sqrt{2}}$　　B. $\frac{X+1}{\sqrt{2}}$　　C. $\frac{X+1}{2}$　　D. $\frac{X-3}{2}$

6. 设随机变量 X 和 Y 相互独立,它们的概率分布均为 $B(1,\frac{1}{2})$,则有 $P\{X=Y\}=$________.

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

7. 设 X 服从二项分布 $B(n,p)$,则____________.

A. $E(2X-1)=2np$　　B. $D(2X+1)=4np(1-p)+1$

C. $E(2X+1)=4np+1$　　D. $D(2X+1)=4np(1-p)$

8. 设 $(X,Y)\sim N(0,1,4,16,0)$,则 $D(X-2Y+1)=$________.

A. -63　　B. 68　　C. 64　　D. 69

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N(\mu,\sigma^2)$(μ 已知,σ 未知)的一个样本,$\overline{X}$ 为样本均值,则下列式子中不是统计量的是________.

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ B. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\sigma)^2$

C. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ D. $X_2+\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

10. 设随机变量 X_1, X_2, $\cdots X_n$, $\cdots$相互独立且服从同一分布, 且 $E(X_k)=\mu$,

$D(X_k)=\sigma^2\neq 0,(k=1,2,\cdots)$,当 n 充分大时,下列选项不正确的是_______.

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\sim N(\frac{\mu}{n},\frac{\sigma^2}{n})$ B. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

C. $\sum_{i=1}^{n}X_i\sim N(n\mu,n\sigma^2)$ D. $\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu\right|<\varepsilon\right\}=1$

得分	评阅教师

三. 填空题（每空 2 分, 共 10 分）

1. 甲乙各射击一次,设事件 A 表示甲击中目标,事件 B 表示乙击中目标,则目标被击中可表示为事件____________.

2. 设每次试验成功的概率为 $p(0<p<1)$,重复进行试验直到第 n 次才取得 $r(1\leq r\leq n)$ 次成功的概率为________.

3. 已知随机变量 X,Y 相互独立,且 $X\sim P(5)$, $Y\sim U(2,4)$,则 $E(XY)=$_______.

4. 设二维随机变量(X,Y)在矩形区域 $D=\{(x,y)|0\leq x\leq 2,0\leq y\leq 1\}$服从均匀分布,$(X,Y)$的联合密度函数为______.

5. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,由切比夫不等式知,概率 $P(|X-\mu|\leq 5\sigma)\geq$_______.

得分	评阅教师

四. 证明题（共 10 分）

设 $X\sim E(2)$, $Y=1-e^{-2X}$, 试证明 $Y\sim U(0,1)$.

评阅教师

五. 计算题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 雨伞掉了,落在图书馆中的概率为50%,这种情况下找回的概率为0.80;落在教室里的概率为30%,这种情况下找回的概率为0.60;落在商场的概率为20%,这种情况找回的概率为0.05.求:

(1) 找回雨伞的概率;

(2) 雨伞被找回, 求它掉在图书馆的概率.

2. 袋中有1个红球,2个黑球和3个白球,现无放回地从袋中取球两次,每次取一球,以 X, Y, Z 分别表示取到的红球数, 黑球数和白球数. 求:

(1) $P\{X=1|Z=0\}$;

(2) (X,Y) 的联合分布律;

(3) X 的边缘分布律及分布函数.

3. 对于一个学生而言,来参加家长会的家长人数是一个随机变量,设一个学生无家长、1名家长、2名家长来参加会议的概率分别为0.05, 0.8, 0.15,若学校共有400名学生,设各学生参加会议的家长人数相互独立,且服从同一分布.求参加会议的家长人数 X 在 $420\sim480$ 之间的概率.

(答案用 $\Phi(x)$ 表示)

4. 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$，今从 X 中抽取10个个体,得数据如下:

1050, 1100, 1080, 1200, 1300, 1250, 1340, 1060, 1150, 1150.

试用最大似然估计法估计 θ.

得分	评阅教师

六. 应用题（10 分）

设顾客在银行排队等待服务的时间为 X (单位：分钟), X 服从 $\lambda=\frac{1}{5}$ 的指数分布,某顾客在银行等待服务,若超过10分钟他就离开;假设他一个月要去银行5次, Y 表示一个月内他未等到服务而离开的次数,试求 Y 的分布律和 $P\{Y\ge1\}$.

成都工业学院试题答案及评分标准

2022—2023 学年第 一 学期

考试科目：概率论与数理统计 （C 卷）考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

适用班级：21 级本科理工科学生

一. 是非题（每小题 2 分，共 10 分）

1. F 2. F 3. T 4. T 5. T

二. 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. C 2. D 3. B 4. A 5. C 6. C 7. D 8. B 9. B 10. A

三. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. $A\cup B$ 2. $C_{n-1}^{r-1}p^r(1-p)^{n-r}$ 3. 15 4. $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D\end{cases}$ 5. $\frac{24}{25}$

四. 证明题（共 10 分）

证明：因 $X\sim E(2)$，$f_X=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$ …………（2 分）

$Y=1-e^{-2X}$ $X=-\frac{1}{2}\ln(1-Y)$ …………（2 分）

$$f_Y=\begin{cases}2e^{-2\times\left[-\frac{1}{2}\ln(1-y)\right]}\left|-\frac{1}{2(1-y)}\right|, & -\frac{1}{2}\ln(1-y)>0\\ 0\quad, & -\frac{1}{2}\ln(1-y)\le 0\end{cases}$$ …………（4 分）

$$=\begin{cases}1, & 0<y<1\\ 0, & 其它\end{cases}\sim U(0,1)$$ （2 分）

五. 计算题（共 40 分）

1. 解：A_i 分别表示雨伞落在图书馆，教室和商场 $i=1,2,3$

B 表示找回雨伞 …………（2 分）

1）$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$

$=0.5\times0.8+0.3\times0.6+0.2\times0.05=0.59$ …………（4 分）

2）$P(A_1|B)=\frac{P(A_1B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}$ …………（2 分）

$$=\frac{0.5\times0.8}{0.59}\approx0.678$$ …………（2 分）

2.解：(1) $P\{X=1|Z=0\}=\dfrac{C_1^1C_2^1}{C_3^2}=\dfrac{2}{3}$ …………（2 分）

(2)（X，Y）的联合分布律为 …………（4 分）

X \ Y	0	1	2
0	$\frac{3}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{1}{15}$
1	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	0

(3) X 的边缘分布律及分布函数 …………（2 分）

X	0	1
P	$\frac{10}{15}$	$\frac{5}{15}$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{10}{15}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge1\end{cases}$$ …………（2 分）

3.解：（1）来参加会议的家长人数相互独立，且服从以下分布 …………（2 分）

X_i	0	1	2
P	0.05	0.8	0.15

$E(X_i)=1.1\quad D(X_i)=0.19$ …………（2 分）

$X=\sum_{i=1}^{400}X_i\sim N(400\times1.1,400\times0.19)\quad X=\sum_{i=1}^{400}X_i\sim N(440,76)$ ………（2 分）

$P(420<X<480)=F(480)-F(420)$ …………（2 分）

$$=\Phi\left(\frac{480-440}{\sqrt{76}}\right)-\Phi\left(\frac{420-440}{\sqrt{76}}\right)=\Phi\left(\frac{40}{\sqrt{76}}\right)-\Phi\left(-\frac{20}{\sqrt{76}}\right)$$

$$\approx1-\left[1-\Phi\left(\frac{20}{\sqrt{76}}\right)\right]=\Phi\left(\frac{20}{\sqrt{76}}\right)$$ …………（2 分）

解：似然函数为:

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\theta e^{-\theta x_i}=\theta^n e^{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i}$$ …………（2 分）

取对数为: $$\ln L(\theta)=\ln(\theta^n e^{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i})=n\ln\theta-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i$$ …………（2 分）

$$\frac{d(\ln L(\theta))}{d\theta}=0 \quad 得 \quad \frac{n}{\theta}-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$$ …………（2 分）

解之得 $$\hat{\theta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}x_i}=\frac{1}{\bar{x}}$$ …………（2 分）

将样本值代入可得 θ 的估计值为 $\frac{1}{1168}$. …………（2 分）

六. 应用题（10 分）

解: $X\sim E(\frac{1}{5})$ $$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{5}x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$ …………（2 分）

则该顾客“每次未等到服务布离开”的概率为

$$P\{X>10\}=\frac{1}{5}\int_{10}^{+\infty}e^{-\frac{x}{5}}dx=e^{-2}$$ …………（2 分）

Y 为 5 次贝努力试验中未等到服务布离开的次数，则 $Y\sim B(5,e^{-2})$， …………（2 分）

分布律为 $P\{Y=k\}=C_5^k(e^{-2})^k(1-e^{-2})^{5-k}$， $k=0,1,2,3,4,5$ …………（2 分）

则 $P\{Y\ge1\}=1-P\{Y=0\}=1-(1-e^{-2})^5$ …………（2 分）

成 都 工 业 学 院

2022—2023 学年 第 一 学期考试试卷

考试科目: 概率论与数理统计 （B 卷）考试时间: 120 分钟 考试方式: 闭卷

适用班级: 21 级本科理工科学生

题号	一	二	三	四	五	总分	总分教师	试卷复核人
得分								

注意事项:

1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
2、考试必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定地方，否则视为废卷。
3、考试必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
4、如有答题纸，答案请全部填写在答题纸上，否则不给分；考完请将答题纸和试卷一同交回，否则不给分。

院(系)＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 班内学号＿＿＿＿

密 封 线

试 题

得分	评阅教师

一. 是非题（每小题 2 分，共 10 分）正确的记为 T，错误的记 F

1. 若 $P(A)\cdot P(B)\neq 0$ 且事件 A,B 相互独立,则一定有 A,B 互不相容. （ ）

2. $F(x)$ 是随机变量 X 的分布函数, $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0.2, & -1\le x<1\\ 0.5, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$，则 $P\{X=1\}=0.3$. （ ）

3. 二维随机变量 (X,Y) 的联合分布可以唯一确定 X,Y 的边缘分布. （ ）

4. 若 $E(XY)=E(X)E(Y)$,则随机变量 X,Y 的相关系数为 1. （ ）

5. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots X_n, \cdots$ 相互独立且服从同一分布, 且 $E(X_k)=\mu$,

$D(X_k)=\sigma^2\neq 0, (k=1,2,\cdots)$,当 n 较大时,近似地有 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \sim N(n\mu,\frac{\sigma^2}{n})$. （ ）

得分	评阅教师

二. 单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）请将正确答案的编号填写在______中

1. 一口袋中装有 3 个红球，2 个黑球，现从中任取出 2 个球，则这两个球恰为一红一黑的概率为 ______.

A. 0.9　　B. 0.3　　C. 0.4　　D. 0.6

2. 设随机事件 A 与事件 B 互不相容，$P(A)=0.4$，$P(B)=0.2$，则 $P(AB)=$ ______.

A. 0　　B. 0.2　　C. 0.4　　D. 0.5

3. 某人连续向一目标射击，每次命中目标的概率为 $\frac{3}{4}$，他连续射击直到命中为止，则射击次数为3的概率为______.

A. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$　　B. $\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)$　　D. $C_4^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)$

4. 设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(1,1)$，则有______.

A. $P\{X+Y\le 0\}=\frac{1}{2}$　　B. $P\{X+Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

C. $P\{X-Y\le 0\}=\frac{1}{2}$　　D. $P\{X-Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

5. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)$，则 $P\{X>1\}=$ ______.

A. $\int_{-\infty}^{1}dx\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$　　B. $\int_{1}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$

C. $\int_{-\infty}^{1}f(x,y)dx$　　D. $\int_{1}^{+\infty}f(x,y)dx$

6. 设两个随机变量 X,Y 相互独立，方差分别为4和2，则 $D(3X-2Y-1)=$ ______.

A. 35　　B. 28　　C. 43　　D. 44

7. X,Y 为任意两个随机变量，与命题 " X 与 Y 不相关" 不等价的是______.

A. $E(XY)=E(X)E(Y)$　　B. $Cov(X,Y)=0$

C. $D(XY)=D(X)D(Y)$　　D. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

8. 设总体 $X\sim N(1,6)$，则容量为6的简单随机抽样的样本均值 $\overline{X}$ 服从的分布是______.

A. $N(0,1)$　　B. $N(1,1)$　　C. $N(1,36)$　　D. $N(1,6)$

9. 设总体 X 服从参数为 λ（$\lambda>0$）的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 为 X 的一个样本，其样本均值 $\overline{X}=2$，则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda}=$ ______.

A. $\frac{1}{2}$　　B. 4　　C. 0.2　　D. 2

10. 将长度为 $1m$ 的木棒随机截成两段，则两段长度的相关系数为______.

A. $\frac{1}{2}$　　B. -1　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 不能确定

得分	评阅教师

三. 填空题（每空 2 分，共 10 分）

1. 一批电子元件共有50个,次品率为10%,连续十次不放回地从中任取一个,则第三次取到次品的概率为____________.

2. 随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x, 1\le x<2\\ 0, \quad 其他\end{cases}$，那么 X 的分布函数为__________.

3. 在12重贝努利试验中,每次试验中事件 A 发生的概率为 $\frac{1}{4}$,设离散型随机变量 X 表示事件 A 发生的次数,则方差 $D(X)=$____________.

4. 已知随机变量 X,Y,且 $X\sim N(0,4), Y\sim P(9)$, $\rho_{XY}=0.4$,则 $\mathrm{cov}(X,Y)=$________.

5. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,由切比雪夫不等式知,概率 $P\{|X-\mu|<2\sigma\}\ge$__________.

得分	评阅教师

四. 证明题（10 分）

若 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，证明 $Y=\frac{X-\mu}{\sigma}$ 服从标准正态分布.

得分	评阅教师

五. 计算题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 在100件产品有5件次品,从中连续取二件,每次取一件,取后不放回，试求：

(1) 第一次取得次品后第二次取得正品的概率；

(2) 第二次才取得正品的概率.

2. 设随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}Ax, & 0<x<1,\ 0<y<x\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，求：

(1) 常数 A；

(2) X,Y 的边缘密度函数并判断 X,Y 是否独立？

3. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}cx, & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$，以 Y 表示对 X 的100次独立重复观察中"$X>\frac{1}{\sqrt{2}}$"出现的次数,求 Y 的分布律及 $Y\geq 40$ 的概率.

(已知 $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$)

4. 已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1\\ 1-\theta, & 1\leq x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，其中 θ 为未知参数且 $0<\theta<1$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本,记 N 为样本值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 中小于1的个数,求 θ 的矩估计量与最大似然估计量.

得分	评阅教师

六. 应用题（10 分）

甲乙两人约定中午在某地会面.如果甲,乙独立地到达,且到达时间均在 12:00 到 13:00 之间的任一时刻. 试求:

（1）甲先到的概率是多少?

（2）先到的人等待另一人到达的时间不超过10分钟的概率.

成都工业学院试题答案及评分标准

2022—2023 学年第 一 学期

考试科目：概率论与数理统计 （B 卷）考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

适用班级：21 级本科理工科学生

一. 是非题（每小题 2 分，共 10 分）

1. F 2. T 3. T 4. F 5. F

二. 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. D 2. A 3. C 4. B 5. B 6. D 7. C 8. B 9. D 10. B

三. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 0.1 2. $F(x,y)=\begin{cases}0, & x<1\\ \frac{1}{3}(x^2-1), & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$ 3. $\frac{9}{4}$ 4. 2.4 5. $\frac{3}{4}$

四. 证明题（共 10 分）

证明 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$-\infty<x<+\infty$ ……（3 分）

$Y=\frac{X-\mu}{\sigma}$ $X=h(y)=\sigma y+\mu$ ……（3 分）

$f_Y(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(\sigma y+\mu-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sigma$ $-\infty<y<+\infty$ ……（4 分）

$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}\sim N(0,1)$

五. 计算题（共 40 分）

1. 解 设 A=“第一次取得次品”，B=“第二次取得正品”，于是 $P(A)=\frac{5}{100}$ ……（2 分）

（1）由条件概率的定义，在缩小的基本空间上考虑有 $P(B/A)=\frac{95}{99}$. ……（2 分）

（2）事件“第二次才取得正品”的含义就是事件 A,B 同时发生， ……（2 分）

由乘法公式 $P(AB)=P(A)P(B/A)=\frac{5}{100}\times\frac{95}{99}\approx 0.048$ ……（4 分）

2. 解：(1) 由 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy=1$，$A\int_0^1 dx\int_0^x xdy = A\int_0^1 x^2 dx = 1$

$A=3$ ………… (2 分)

(2) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\int_0^x 3xdy=3x^2$ ………… (2 分)

X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}3x^2, 0<x<1\\ 0 \quad 其他\end{cases}$ ………… (1 分)

又 $f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\int_y^1 3xdx=\frac{3}{2}(1-y^2)$ ………… (2 分)

Y 的概率密度分别为 $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}(1-y^2), 0<y<1\\ 0 \quad 其他\end{cases}$ ………… (1 分)

因为 $f(x,y)\neq f_Y(y)f_X(x)$ 所以 X,Y 不独立 ………… (2 分)

3. 解：由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$ 得 $\int_0^1 cxdx=1$ $c=2$ ………… (2 分)

$P(X>\frac{1}{\sqrt{2}})=\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 f(x)dx=\frac{1}{2}$ ………… (1 分)

$Y\sim B(100,\frac{1}{2})$ ………… (2 分)

因为 $Y\sim B(100,\frac{1}{2})$，由中心极限定理近似有 $Y\sim N(50,25)$ ………… (2 分)

$P(Y\geq 40)=1-F(40)=1-\Phi(\frac{40-50}{5})$ ………… (2 分)

$=1-\Phi(-2)=\Phi(2)=0.9772$ ………… (1 分)

4. 解：$\overline{X}=E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^1 x\theta dx+\int_1^2 x(1-\theta)dx=\frac{3}{2}-\theta$ ………… (2 分)

所以 θ 的矩估计量为 $\hat{\theta}=\frac{3}{2}-\overline{X}$ ………… (2 分)

似然函数 $L(\theta)=\theta^N(1-\theta)^{n-N}$， ………… (2 分)

取对数 $\ln L(\theta)=N\ln\theta+(n-N)\ln(1-\theta)$

$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{N}{\theta}-\frac{n-N}{1-\theta}=0$ ………… (2 分)

故 θ 的最大似然估计量为 $\hat{\theta}=\frac{N}{n}$ ………… (2 分)

六. 应用题（10 分）

解　设 X 为甲到达时刻, Y 为乙到达时刻.以12时为起点, 以分为单位.　…………(1 分)

依题意　$X \sim U(0,60)$ ，$Y \sim U(0,60)$

且 X,Y 相互独立，则 (X,Y) 服从 $D:\{0 \le x \le 60, 0 \le y \le 60\}$ 上的均匀分布

…………(2 分)

(1) 甲先到的概率 $P\{X<Y\}=\dfrac{\frac{1}{2}(60\times 60)}{60\times 60}=\dfrac{1}{2}$　…………(2 分)

(2) 先到的人等待另一人到达的时间不超过10分钟的概率 $P\{|X-Y|\le 10\}$

…………(2 分)

$$P\{|X-Y|\le 10\}=P\{-10\le X-Y\le 10\}=1-\frac{50\times 50}{60\times 60}=\frac{11}{36}$$　…………(3 分)