《第三章复习题》

一、判断题

1. 设二维随机变量(X,Y)的分布函数为 $F(x, y)$，则随机变量(Y,X)的分布函数为 $F(y, x)$．(　　　)

2. 若 $F(x, y)$ 为二维随机变量(X, Y)的分布函数, y 为任一常数,则一定有 $F(-\infty, y)=0$ ．(　　　)

3. 二维随机变量(ξ,η)的联合分布可以由它们的边缘分布唯一确定．(　　　)

4. 若随机变量 X ,Y 相互独立, $f_X(x)$, $f_Y(y)$ 分别为 X ,Y 的密度函数, $f(x, y)$ 为(X ,Y)的联合密度,则一定

$f(x, y)= f_X(x) f_Y(y)$ ．(　　　)

5. 设(X,Y)～$N(0,4,1,9,0)$，则 X与 Y独立．(　　　)

二、选择题

1.已知 X,Y 的分布律为 $P\{X=1\}=P\{X=0\}=\frac{1}{2}$, $P\{Y=1\}=\frac{3}{4}$, $P\{Y=0\}=\frac{1}{4}$，且 $P\{XY=1\}=\frac{1}{2}$, 则

$P\{X=Y\}$ 的值为（　　　）.

A．$\frac{1}{4}$　　　B．$\frac{1}{2}$　　　C．$\frac{3}{4}$　　　D.　1

2. 设随机变量(X,Y)的分布函数为 $F(x, y)$，其边缘分布为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$，则概率 $P\{X>1,Y>1\}=$（　　　）.

A．$1-F(1,1)$　B．$1-F_X(1)-F_Y(1)$　C．$F(1,1)-F_X(1)-F_Y(1)+1$　D．$F(1,1)+F_X(1)+F_Y(1)-1$

3. 设二维随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x, y)$，则 $P\{X>1\}=$（　　　）.

A．$\int_{-\infty}^{1}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dydx$　　B．$\int_{1}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dydx$　　C．$\int_{-\infty}^{1} f(x, y)dx$　　D．$\int_{1}^{+\infty} f(x, y)dx$

4. 设随机变量 X,Y 相互独立,且 $X \sim N(0,1)$,$Y \sim N(1,1)$,则有（　　　）.

A．$P\{X+Y\le 0\}=\frac{1}{2}$　　　B．$P\{X+Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

C．$P\{X-Y\le 0\}=\frac{1}{2}$　　　D．$P\{X-Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

5. 设两随机变量 X 与 Y 相互独立同分布，且 $P\{X=-1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$，则有（　　）.

A. $P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$　　B. $P\{X=Y\}=1$　　C. $P\{X+Y=0\}=\frac{1}{4}$　　D. $P\{XY=1\}=\frac{1}{4}$

6. 下列函数中，可以做为某个二维连续型随机变量的密度函数的是（　　）.

A. $f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0,y>0 \\ -1 & \text{其他} \end{cases}$　　B. $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{3}, & 0\le x\le 2,-1\le y\le 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

C. $f(x,y)=\begin{cases} 6x, & 0\le x\le y\le 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$　　D. $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}, & 0\le x\le 1,0\le y\le 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

7.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从区间（0，1）上的均匀分布，则 $P\{X^2+Y^2\le 1\}=$（　　）.

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\pi}{8}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

三、填空题

1. 设 X,Y 是两个随机变量，且 $P\{X\ge 0,Y\ge 0\}=3/7,P\{X\ge 0\}=P\{Y\ge 0\}=4/7$,则 $F(0,0)=$_______ .

2. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	0	1
0	1/3	b
1	a	1/6

已知随机事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 独立，则 $a=$_________，$b=$_________ .

3. 设 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(2x+3y)}, & x>0,y>0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$，则系数 $A=$____________ .

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim U(0,1), Y\sim U(0,2)$,则 $P\{X<Y\}=$____________

5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立同分布，且都服从 $p=\frac{2}{3}$ 的 $0-1$ 分布，　则随机变量 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布律为______________ .

6. 已知二维随机变量（X,Y）在 D 上服从均匀分布，其中 D 为 X 轴，Y 轴及直线 $y=x+1$ 所围成区域，则 $f_Y(\frac{1}{2})=$________ .

7. 设 $X \sim U(0,5), Y \sim N(0,1)$,且 X,Y 相互独立，则（X,Y）的联合密度函数为____________________ .

8. 二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(1,0,1,1,0)$，则 $X \sim$ ____________ .

四、计算题

1.已知随机变量 X 和 Y 的分布律分别为

$$\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline p_i & 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{array}, \qquad \begin{array}{c|cc} Y & 0 & 1 \\ \hline p_j & 1/2 & 1/2 \end{array},$$

且 $P(XY=0)=1$．求:

（1）随机变量 X 和 Y 的联合分布律;

（2）判断 X 和 Y 是否相互独立;

(3) $P\{X=0 | X+Y=1\}$.

2.设随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} Ax, 0<x<1, 0<y<x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求:（1）常数 A ;

（2） X , Y 的边缘密度函数并判断 X,Y 是否独立?

3.设 (X,Y) 的联合分布函数为

$$F(x,y)=A\left(B+\arctan\frac{x}{3}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{4}\right),\ -\infty<x,y<+\infty.$$

求:（1）求常数 A,B,C ;（2）(X,Y) 的联合密度函数;（3）求 $P\{Y<4\}$ 和 $P\{X<3,Y<4\}$.

4.设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} 4xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

试求:（1） $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断 X,Y 是否独立;　（2） $F\left(\frac{1}{2},2\right)$ 的值.

5.已知二维随机变量（X, Y）在 区域 D 上服从均匀分布,其中 D 为 X 轴,Y 轴及直线 $y=x+1$ 所围成的区域。

试求 1.(X, Y）的联合密度函数; 2. $P(-\frac{1}{4}<X<0, 0<Y<\frac{1}{4})$ 3.关于 X 及关于 Y 的边缘密度