《概率论第四章复习题》

一、选择题

1．某图书馆的读者借阅甲种图书的概率为 p,借阅乙种图书的概率为 q, 每人借阅甲乙图书的行为相互独立，读者之间的行为也相互独立。某天恰有 n 个读者，则甲乙两种图书至少借阅一种的人数的数学期望为（　　　）

A．$p+q-pq$　　　B．$n(p+q-pq)$　　　C．$n(p+q)$　　　D．$n(1-p-q+pq)$

2. 设 $X\sim U(0,1)$，$Y=e^{-X}$,则 $E(Y)=$（　　　）．

A．0.5　　　B．$e^{-0.5}$　　　C．$1-e^{-0.5}$　　　D．$1-e^{-1}$

3. 若 X_1, X_2, X_3 都服从 $[0,2]$ 上的均匀分布，则 $E(3X_1-X_2+2X_3)=$（　　　）．

A．1　　　B．3　　　C．2　　　D．4

4. 地面雷达搜索飞机，在时间段 $(0,t)$ 内发现飞机的概率为 $P(t)=1-e^{-\lambda t}(\lambda>0)$，则地面雷达发现飞机的平均搜索时间为（　　　）

A．λ　　　B．$\frac{1}{\lambda}$　　　C．$\frac{\lambda}{2}$　　　D．$1-\lambda$

5. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=0.3\Phi(x)+0.7\Phi(\frac{x-1}{2})$，则 $E(X)=$（　　　）．

A．0　　　B．0.3　　　C．0.7　　　D．1

6. 任意两个随机变量 X,Y,与命题“ X 与 Y 不相关”不等价的是（　　　）．

A．$E(XY)=E(X)E(Y)$　　　B．$Cov(X,Y)=0$

C．$D(XY)=D(X)D(Y)$　　　D．$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

7. 如果 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则下列式子不成立的是（　　　）．

A．$D(X-Y)=D(X)+D(Y)$　　　B．$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

C．X 与 Y 一定不相关　　　D．X 与 Y 一定相互独立

8. 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，则 $D(9-2X)=$（　　　）．

A．1　　　B．4　　　C．5　　　D．8

9. 设 X,Y 相互独立，且 $X\sim B(16,0.5)$，$Y\sim P(9)$，则 $D(X-2Y+1)=$（　　　）.

A．-14　　　B．40　　　C．14　　　D．$\sqrt{2}$

10. 设两个随机变量 X,Y 相互独立，方差分别为 2 和 3，则随机变量 $3X-4Y-8$ 的方差是（　　　）.

A. 85　　　B. 58　　　C. 66　　　D. 74

11. 将一枚硬币反复抛掷 n 次,以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数,则 X 和 Y 的相关系数(　　　).

A．-1　　　B．0　　　C．1/2　　　D．1

12. 将长度为 $81m$ 的木棒随机截成两段,则两段长度的相关系数为(　　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. -1　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 不能确定

13. 设随机变量 $X\sim U[0,6]$, $Y\sim B(12,0.25)$,且 X,Y 相互独立,由切比雪夫不等式有 $P(X-3<Y<X+3)$是(　　　).

A．≤1/4　　B．≤5/12　　C．≥1/4　　D．≥5/12

14. 设 $X\sim E(\frac{1}{2})$，由切比雪夫不等式估计 $P\{-4\le X\le 8\}$

A．$\ge\frac{1}{9}$　　B．$\le\frac{1}{9}$　　C．$\ge\frac{8}{9}$　　D．$\le\frac{8}{9}$

15. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 相互独立且服从同一分布， $E(X_i)=1$， $D(X_i)=1$， $i=1,2,\cdots,9$，令 $Y=\sum_{i=1}^{9}X_i$，则对任意 $\varepsilon>0$，由切比雪夫不等式可得（　　）．

A． $P(|Y-1|<\varepsilon)>1-\frac{1}{\varepsilon^2}$　　B． $P(|Y-9|<\varepsilon)\ge 1-\frac{9}{\varepsilon^2}$

C． $P(|Y-9|<\varepsilon)>1-\frac{1}{\varepsilon^2}$　　D． $P(\left|\frac{1}{9}Y-1\right|<\varepsilon)\ge 1-\frac{1}{\varepsilon^2}$

二、填空题

1．某产品的次品率为 *0.1*，每天检验 5 次，每次随机的取 5 件产品进行检验，如发现其中次品数多于 1，就去调整设备，以 X 表示一天中调整设备的次数，则 $E(X)$=______________．

2．已知随机变量 X 的概率密度为 $\varphi(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2+2x-1}{8}}$ （$-\infty<x<+\infty$），则　$E(X)=$____________，

$D(X)=$__________．

3．若随机变量 X 只取 $-1,0,1$ 这三个值，且取各值的概率相等，则 $E(X)=$________．

4．设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}ax+b, 0\le x\le 1\\ 0, \quad 其他\end{cases}$，已知 $E(X)=\frac{7}{12}$，则随机变量 X 的方差 $D(X)=$__________．

5．设随机变量 X 服从 (a,b) 上的均匀分布，若 $E(X)=2$， $D(X)=\frac{1}{3}$，则区间 (a,b) 为_________．

6．设随机变量 X 的期望非负值，已知 $E(X^2-1)=2, D(X-1)=1$，则 $E(X)=$___________．

7．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} & 0\le x\le\pi\\ 0 & 其他\end{cases}$,对 X 独立重复观察 4 次,用 Y 表示观察值大于π/3 的次数,则 Y^2 的数学期望___________．

8．已知随机变量 X，Y 相互独立，且它们分别在区间$[1,3]$和$[2,4]$上服从均匀分布，则 $E(XY)=$__________．

9．设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，由切比雪夫不等式知，概率 $P\{|X-\mu|<3\sigma\} \geq$ ________．

10．设随机变量 X,Y 的数学期望分别是 -2 和 2，方差分别是 1 和 4，而相关系数为 -0.5，由切比雪夫不等式 $P(|X+Y| \geq 6) \leq$ ________．

11.设某一年龄段女童的平均身高为 130 厘米，标准差为 8 厘米，现从该年龄段的女童中随机地选取八名儿童测其身高，用切比雪夫不等式估计她们的平均身高 $\overline{X}$ 在 120 到 140 厘米之间的概率不小于________．

12.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立且服从同一分布，$E(X_i)=\mu$，根据辛钦大数定律 $\overline{X_n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 依概率收敛于________．

三、计算题

1.设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	-1	0	1
1	0.2	0.1	0.1
2	0.1	0	0.1
3	0	0.3	0.1

（1）求 $E(X), E(Y)$；（2）设 $Z=(X-Y)^2$，求 $E(Z), D(Z)$．

2. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

又 $E(X)=0.5$，$D(X)=0.15$，求 a, b, c.

3. 假设二维随机变量（X，Y）在区域 G={（x，y）|0≤x≤2,0≤y≤1}上服从均匀分布．记

$$U=\begin{cases} 0 & X \leq Y \\ 1 & X > Y \end{cases} \qquad V=\begin{cases} 0 & X \leq 2Y \\ 1 & X > 2Y \end{cases}$$

求：（1）(U,V) 的联合分布，（2）ρ_{UV}

4. 设某商店经销某种商品，其每周的需求量 X 是一个随机变量，它在[10，30]上服从均匀分布。且进货量为区间[10，30]上的某一整数。若每售出一单位商品，可获利 500 元，若销售不出而积压，则每单位商品需保养费 100 元。若供不应求，则从外部调剂供应，此时每售出一单位商品获利 300 元。问应组织多少货源，才能使平均收益最大?

5. 有一批建筑房屋用的木柱，其中 80%的长度不小于 3m. 现从这批木柱中随机取出 100 根,问其中至少有 30 根短于 3m 的概率是多少？（$\Phi(2.5)=0.9938$）

6. 现有两个箱子,装有同种产品，其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品，乙箱中仅装有 3 件合格品，从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求:

（1）乙箱中次品件数 X 的数学期望;

（2）从乙箱中任取一件产品是次品的概率 .

四：证明题

1. 设 X 是随机变量且 $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$，证明对任意常数 c， $E[(X-c)^2]\geq E[(X-\mu)^2]$

2. 设二维随机变量(X, Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}, & x^2+y^2\leq 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

试验证 X 和 Y 是不相关的，但 X 和 Y 不是相互独立.