

题号	一	二	三	四	总分
分数					

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 事件 A、B 互不相容的充要条件是 $AB = \Phi$.
- () 2. 对于随机变量 X ，若 $E(X), E(X^2)$ 存在，则有 $E(X^2) = D(X) + [E(X)]^2$.
- () 3. $\Phi(x)$ 为标准正态分布 $N(0,1)$ 的分布函数，则 $\Phi(x) = \Phi(-x)$.
- () 4. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ 未知, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自该总体的随机样本, 则连续

$$\text{函数 } \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \text{ 为一个统计量.}$$

- () 5. 设随机变量 $x \sim \chi^2(m), y \sim \chi^2(n)$, 则有 $\frac{x/m}{y/n} \sim F(m, n)$.

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 设随机变量 X 表示 4 次独立重复射击命中目标的次数, 每次命中目标的概率为 0.8, 则 $X \sim$ _____ 分布.

2. 设随机变量 ξ 服从参数为 2 的泊松分布, 由车贝晓夫不等式估计可知

$$P\{|\xi - E(\xi)| < 2\} \geq \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. $X \square U[-2, 2]$ 的均匀分布, 则随机变量 X 的密度函数 $f(x) =$ _____.

4. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布 $f(x, \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则参数 λ 的矩估计估计量为 _____.

5. 设 (X, Y) 为二维随机变量, $D(X) = 16, D(Y) = 25, \rho_{XY} = 0.6$, 则 $Cov(X, Y) =$ _____.

6. 设随机变量 X, Y 相互独立, 其概率密度各为

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0; \end{cases} f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0; \end{cases} \text{ 则二维随机变量 } (X, Y) \text{ 的联合概率密度}$$

$$f(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. 若随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = a + b \arctan x$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

8. 总体 $X \square N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的简单随机样本, 对给定的显著水平 α, σ^2 未知时, μ 的区间估计是 _____.

9. 已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体简单随机样本, 对于给定显著性水平为 α , 提出检验问题 $H_0: \mu = \mu_0$, 选用 U 检验法, $U =$ _____, 当 $|U|$ _____ 拒绝 H_0 .

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的简单随机样本, 则总体均值 μ 的有效无偏估计为 _____.

三、选择题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. X, Y 是两个随机变量, $Y = aX + b$ (a, b 是常数) 且 $E(X), D(X)$ 存在, 则 ()

A. $E(Y) = aE(X)$

B. $D(Y) = aD(X) + b$

C. $D(Y) = a^2D(X) + b$

D. $E(Y) = aE(X) + b$

2. ξ, η 是两个随机变量, $\xi \sim P(2), \eta \sim P(3)$ 则 $Z = \xi + \eta$ 服从 ()

A. $P(5)$

B. $P(1)$

C. 不一定

D. $P(6)$

3. 若两个相互独立的随机变量 ξ, η , 则协方差 $Cov(\xi, \eta) =$ () .

A. 1

B. 0

C. -1

D. 0.2

4. $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ 为独立随机变量序列, 且 $\xi_i (i=1, 2, \dots)$ 服从参数为 λ 的普阿松分布, 则下列结论成立的是 () .

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i - n\lambda}{\sqrt{n}} \leq x \right\} = \Phi(x)$

B. 当 n 充分大时, $\sum_{i=1}^n \xi_i$ 近似服从 $N(0, 1)$

C. 当 n 充分大时, $\sum_{i=1}^n \xi_i$ 近似服从 $N(n\lambda, n\lambda)$

D. 当 n 充分大时, $p(\sum_{i=1}^n \xi_i \leq x) = \Phi(x)$

5. 设 X 服从正态分布, $E(X) = -1, E(X^2) = 4, \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则 \bar{X} 服从的分布为 () .

A. $N(-1, \frac{3}{n})$

B. $N(-1, \frac{4}{n})$

C. $N(\frac{-1}{n}, 4)$

D. $N(\frac{-1}{n}, \frac{3}{n})$

四、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

1. 某用户从两厂家进了一批同类型的产品, 其中甲厂生产的占 60%, 乙厂生产的占 40%, 若甲、乙两厂产品的次品率分别为 5%、10%, 今从这批产品中任取一个, 求
 (1) 该产品为次品的概率;
 (2) 若取得次品, 求其为甲厂生产的概率.

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} Ae^{-5x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

(1) 确定常数 A ; (2) 求 $P\{X > 0.4\}$; (3) 求分布函数 $F(x)$.

3. 设随机变量 ξ 服从参数为 3 的指数分布. 试求: $\eta = 3\xi$ 的概率密度函数 $f_\eta(y)$.

4. ξ, η 是两个连续型随机变量, 联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} c(x+y) & 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 则

1) 求常数 c ; 2) 判断 ξ, η 是否相互独立? 3) 求 $P\{\xi + \eta \leq 1\}$

5. 设随机变量 ξ 的概率分布为:

ξ	0	$\frac{\pi}{2}$	π
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

求(1) $E(\xi)$; (2) $E(\cos \xi)$; (3). $D(\xi)$.

6. 某牧场 300 头乳牛, 平均每头产奶 18kg. 今考察其中一个品系的 100 头乳牛, 得平均日产奶 20.1kg, 标准差 6.4kg. 问该品系的平均产奶量与一般品系是否有显著不同? ($\alpha = 0.05, U_{0.025} = 1.96$)