

成都工业学院《概率论与数理统计》2020-2021学年第一学期期末试卷

题号	一	二	三	四	总分
分数					

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 概率为 0 的事件不一定是不可能事件.
- () 2. 若事件 A 、 B 、 C 两两独立，则它们一定相互独立.
- () 3. 若 $\xi \sim N(0,1)$, $\eta \sim N(1,1)$, 且它们相互独立，则 $P(\xi + \eta \leq 1) = \frac{1}{2}$.
- () 4. 样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 是总体均值最为有效的无偏估计.
- () 5. 二维正态变量 ξ 与 η 相互独立，则 ξ 与 η 一定不相关.

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 设 A 、 B 为两个随机事件，则 A 和 B 至少有一个发生的事件为_____.
2. 某人投篮命中率为 0.8，现连续投篮 10 次，则恰好投中三次的概率为_____。（用式子作答）
3. 若随机变量 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $\frac{\xi - \mu}{\sigma} \sim$ _____.
4. 若 $X \sim N(-1,3)$, $Y \sim N(1,2)$ 且 X 、 Y 相互独立，则 $D(2X - 3Y) =$ _____.
5. 设随机变量 ξ 的分布列为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.1 & 0.3 & c & 0.25 \end{pmatrix}$ ，则 $c =$ _____.
6. 设随机变量 ξ, η 相互独立，且 $\xi \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $\eta \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，若 $z_1 = \xi - \eta$ ， $z_2 = \xi + \eta$ ，则 z_1 与 z_2 的相关系数 $\rho =$ _____.
7. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布 $f(x, \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则参数 λ 的矩估计量为_____.
8. 设随机变量 X, Y 满足 $D(X - Y) = DX + DY$ ，则 $\text{cov}(X, Y) =$ _____.
9. 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的简单随机样本，对给定的显著水平 α ， μ 的区间估计是_____.
10. 设总体 $X \sim N(0,1)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的简单随机样本，则 $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim$ _____.

三、选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. 事件 A, B 若满足 $P(AB) = P(A)P(B)$ ，则 A, B ().
- A. 独立 B. 不独立 C. 互斥 D. 不互斥

2. 设 X_1, X_2, X_3 为取自总体 X 的简单随机样本, 则下列估计量中是 $E(X)$ 的无偏估计量为 ().

- A. $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$ B. $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2 + \frac{1}{4}X_3$
 C. $\frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{4}X_2 + \frac{1}{5}X_3$ D. $\frac{1}{7}X_1 + \frac{3}{5}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

3. 设 ξ 服从正态分布 $N(0,1)$, 则 $D(\xi+3) = ()$.

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 9

4. $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ 为独立随机变量序列, 且 $\xi_i (i=1, 2, \dots)$ 服从参数为 λ 的普阿松分布, 则

下列结论成立的是 ().

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i - n\lambda}{\sqrt{n}} \leq x \right\} = \Phi(x)$ B. 当 n 充分大时, $\sum_{i=1}^n \xi_i$ 近似服从 $N(0,1)$
 C. 当 n 充分大时, $\sum_{i=1}^n \xi_i$ 近似服从 $N(n\lambda, n\lambda)$ D. 当 n 充分大时, $p(\sum_{i=1}^n \xi_i \leq x) = \Phi(x)$

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, μ 已知, σ^2 未知, 则下列函数

不是统计量的是 ().

- A. $X_1 + 5X_2$ B. $\sum_{i=1}^4 X_i \mu$ C. $X_1 + \sigma$ D. $\sum_{i=1}^4 X_i^2$

四、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

1. 一个人负责维修三台设备, 在一段时间内三台独立运行的设备因故障需要维修的概率分别为 0.1, 0.2, 0.15 求这段时间内,

- (1) 没有一台设备需要维修的概率.
 (2) 至少有一台设备需要维修的概率.

2. 某计算机在报废前使用的总时间 (单位: h) ξ 是连续型随机变量, 其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-0.001x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

- 试求: (1) 确定常数 k ; (2) 这台计算机在报废前能够使用 500h 以上的概率;
 (3) 已经使用 500h 后还能使用 300h 以上的概率.

3. 设随机变量 ξ 的概率分布为:

ξ	-2	0	2
p	0.4	0.3	0.3

求(1) $E(\xi)$; (2) $E(3\xi^2 + 5)$; (3) $D(\xi)$.

4. 设二维随机变量 (ξ, η) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

求(1)常数 k ; (2) ξ 与 η 的边沿密度函数 $f_{\xi}(x)$ 和 $f_{\eta}(y)$; (3) ξ, η 是否独立.

5. 设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$ 是未知参数, x_1, x_2, \dots, x_n 是取自 X

的简单随机样本.求参数 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$.

6.某牧场 300 头乳牛, 平均每头产奶 18kg. 今考察其中一个品系的 100 头乳牛, 得平均日产奶 20.1kg, 标准差 6.4kg. 问该品系的平均产奶量与一般品系是否有显著不同? ($\alpha = 0.05, U_{0.025} = 1.96$)